PART4　放物線の平行移動・対称移動

例題

(1)　放物線 $y=3x^2+6x-2$ を，x 軸方向に -2，y 軸方向に 3 だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。

(2)　放物線 $y=x^2-2x+3$ を，x 軸，y 軸，原点に対してそれぞれ対称移動した放物線の方程式を求めよ。

Point Pickup

練習

(1) 放物線 $y=2x^2-2x-1$ を平行移動して放物線 $y=2x^2-8x+4$ に重ねるには，どのように平行移動すればよいか。

(2) 放物線 $y=-x^2-2x$ を，x 軸，y 軸，原点に対してそれぞれ対称移動した放物線の方程式を求めよ。

第 5 講　PART4　確認問題

1　放物線 $y=2x^2-4x-1$ を平行移動して放物線

$y=2x^2+2x+3$ に重ねるには，

x 軸方向に $-\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$，$y$ 軸方向に $\dfrac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オ}}$ だけ平行移動す

ればよい。

2　放物線 $y=x^2-6x+5$ を，x 軸，y 軸，原点に関してそれぞれ対称移動した放物線の方程式を①～④からそれぞれ選べ。

x 軸に関して対称移動：$\boxed{カ}$

y 軸に関して対称移動：$\boxed{キ}$

原点に関して対称移動：$\boxed{ク}$

① $y=x^2+6x+5$　　② $y=x^2+6x+13$

③ $y=-x^2+6x-5$　　④ $y=-x^2-6x-5$

PART4　放物線の平行移動・対称移動

例題

(1)　放物線 $y=3x^2+6x-2$ を，x 軸方向に -2，y 軸方向に 3 だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。

(2)　放物線 $y=x^2-2x+3$ を，x 軸，y 軸，原点に対してそれぞれ対称移動した放物線の方程式を求めよ。

(1)　$y=3x^2+6x-2=3(x+1)^2-5$

よって，この放物線の頂点は 点 $(-1,\ -5)$

この放物線を，x 軸方向に -2，y 軸方向に 3 だけ平行移動すると，その頂点は点 $(-3,\ -2)$ に移動する。

よって，求める放物線の方程式は $y=3(x+3)^2-2$ $(=3x^2+18x+25)$

(2)　$y=x^2-2x+3=(x-1)^2+2$……①

よって，放物線①の頂点は 点 $(1,\ 2)$

放物線①を x 軸に関して対称移動すると，その頂点は点 $(1,\ -2)$ に移動し，グラフの上下が反転するため，x^2 の係数は -1 となる。よって，求める放物線の方程式は

$$y=-(x-1)^2-2\ (=-x^2+2x-3)$$

放物線①を y 軸に関して対称移動すると，その頂点は点 $(-1,\ 2)$ に移動する。

よって，求める放物線の方程式は

$$y=(x+1)^2+2\ (=x^2+2x+3)$$

放物線①を原点に関して対称移動すると，その頂点は点 $(-1,\ -2)$ に移動し，グラフの上下が反転するため，x^2 の係数は -1 となる。よって，求める放物線の方程式は

$$y=-(x+1)^2-2\ (=-x^2-2x-3)$$

練習

(1)　放物線 $y=2x^2-2x-1$ を平行移動して放物線 $y=2x^2-8x+4$ に重ねるには，どのように平行移動すればよいか。

(2)　放物線 $y=-x^2-2x$ を，x 軸，y 軸，原点に対してそれぞれ対称移動した放物線の方程式を求めよ。

(1)　$y=2x^2-2x-1=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{2}$……①

放物線①の頂点は 点 $\left(\frac{1}{2},\ -\frac{3}{2}\right)$

$y=2x^2-8x+4=2(x-2)^2-4$……②

放物線②の頂点は　点 $(2,\ -4)$

よって，点 $\left(\frac{1}{2},\ -\frac{3}{2}\right)$ が，点 $(2,\ -4)$ に重なるように平行移動すればよい。

したがって，①のグラフを x 軸方向に $\frac{3}{2}$，y 軸方向に $-\frac{5}{2}$ 平行移動すればよい。

(2)　$y=-x^2-2x=-(x+1)^2+1$……①

よって，放物線①の頂点は 点 $(-1,\ 1)$

放物線①を x 軸に関して対称移動すると，その頂点は点 $(-1,\ -1)$ に移動し，グラフの上下が反転するため，x^2 の係数は 1 となる。よって，求める放物線の方程式は

$$y=(x+1)^2-1\ (=x^2+2x)$$

放物線①を y 軸に関して対称移動すると，その頂点は点 $(1,\ 1)$ に移動する。

よって，求める放物線の方程式は

$$y=-(x-1)^2+1\ (=-x^2+2x)$$

放物線①を原点に関して対称移動すると，その頂点は点 $(1,\ -1)$ に移動し，グラフの上下が反転するため，x^2 の係数は 1 となる。よって，求める放物線の方程式は

$$y=(x-1)^2-1\ (=x^2-2x)$$

第 5 講　PART4　確認問題 解答

1

[正解] ア：3，イ：2，ウエ：11，オ：2

[解説]

$y=2x^2-4x-1=2(x^2-2x)-1=2(x-1)^2-3$

……①

放物線①の頂点は　点 $(1,\ -3)$

$y=2x^2+2x+3=2(x^2+x)+3=2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{2}$

……②

放物線②の頂点は　点 $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{5}{2}\right)$

よって，点 $(1,\ -3)$ が，点 $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{5}{2}\right)$ に重なるように平行移動すればよい。 [A]

したがって，①のグラフを

x 軸方向に $-\frac{3}{2}$，y 軸方向に $\frac{11}{2}$ だけ平行移動すればよい。

[A]　放物線を平行移動するときは，頂点の移動に注目する。
放物線①の頂点 $(1,\ -3)$ を②の頂点 $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{5}{2}\right)$ に重ねるには，x 軸方向に $-\frac{1}{2}-1$，y 軸方向に $\frac{5}{2}-(-3)$ だけ平行移動すればよい。

2 [正解] カ：③，キ：①，ク：④

[解説]

$y = x^2 - 6x + 5 = (x-3)^2 - 4$　……①

よって，放物線①の頂点は　点 (3，−4)

放物線①を x 軸に関して対称移動すると，その頂点は点 (3，4) に移動し，グラフの上下が反転するため，x^2 の係数は −1 となる。[B]

よって，求める放物線の方程式は

$$y = -(x-3)^2 + 4 = \boldsymbol{-x^2 + 6x - 5}$$

放物線①を y 軸に関して対称移動すると，その頂点は点 (−3，−4) に移動する。[B]

よって，求める放物線の方程式は

$$y = (x+3)^2 - 4 = \boldsymbol{x^2 + 6x + 5}$$

放物線①を原点に関して対称移動すると，その頂点は点 (−3，4) に移動し，グラフの上下が反転するため，x^2 の係数は −1 となる。[B]

よって，求める放物線の方程式は

$$y = -(x+3)^2 + 4 = \boldsymbol{-x^2 - 6x - 5}$$

[B]　点 $(a,\ b)$ を
x 軸に関して対称移動　点 $(a,\ -b)$
y 軸に関して対称移動　点 $(-a,\ b)$
原点に関して対称移動　点 $(-a,\ -b)$
にそれぞれ移動する。
また，放物線を対称移動して得られる放物線の方程式は，凸方向の変化にも注目する。